測圓海鏡細草

測圓海鏡細草卷第六

翰林學士知　制誥同修

大勾一十八問

或問乙從東門直行一十六步甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前

法曰甲東行內減二之乙南行復以乘甲東行爲實四之甲東行內減二之乙東行爲從四益隅得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之加乙東行得

[算式]元為中勾以中勾減於甲東行得[算式]元[算式]為勾率也其天元半徑即股率也置甲東行為大勾以股率乘之得[算式]元合以勾率除之不受除便以此為大股（內帶勾率分母）再置天元以二之以勾率乘之得[算式]元減於大股餘[算式]元為股圓差於上（內有勾率分母）又以二之天元減甲東行得[算式]元為小差以乘上位得[算式]元為半段黃方冪（內有勾率分母）（寄左）然後以天元自之又以勾率乘之又就分倍之得[算式]元為同數與

左相消得[算籌]開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前

法曰甲乙相乘爲實甲東行爲從二虛法平開得半徑

草曰識別具見大股第二問中　立天元爲半徑內減乙南行得[算籌]爲虛股以乘通勾甲東行得[算籌]爲半段城徑冪寄左　然後以

天元自之又就分二之得‖元為同數與左相消得‖‖⊥〇 ‖‖‖⊥乂開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問乙出南門直行一百三十五步而立甲從乾隅東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰以乙南行乘甲東行冪為實二之乙南行乘甲東行為從方廉空二步常法得半徑

草曰立天元一為半城徑以二之加於乙南行得‖元 ⊥‖‖‖‖為股率以天元減甲東行得⊥元 ‖⊥〇

爲勾率乃置乙南行以勾率乘之得𝍥𝍫𝍢元𝍣𝍥〇合

股率除不除便以此爲小勾此卽半梯之頭

內帶股率分母又以勾率乘之得𝍥𝍣𝍣𝍡元𝍢𝍤𝍫〇〇〇爲半徑羃

內帶股率分母寄左乃以股率乘天元羃得𝍡𝍥𝍣〇元

爲同數與左相消得廿〇𝍢𝍥𝍢𝍣〇〇開立方得一

百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出南門東行七十二步甲從西北隅取

直東行三百二十步見乙問荅同前

法曰二行相乘爲實以乙東行爲從一步常

法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以減甲東行步得

[算籌式]爲梯底以乙東行七十二步爲梯頭以

乘之得[算籌式]爲半徑冪寄左 然後以天元冪

與左相消得[算籌式]以平方開之得一百二

十步倍之卽城徑也合問

或問乙從西南隅直東行一百九十二步甲從

西北隅直東行三百二十步望見乙問荅同

前

法曰二行步相乘爲實二行相併爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置之上以減於乙東行得[算籌式]爲梯頭於上下位減於甲東行得[算籌式]爲梯底以乘上位得[算籌式]爲半徑冪寄左　然後以天元冪與左相消得[算籌式]上法下實即半徑也合問

或問乙從坤隅直南行三百六十步而止甲從乾隅直東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘倍之爲實二之甲東行爲從一步常法得城徑

草曰立天元一以爲城徑加乙南行得一元𝍢𝍮〇爲股二行步相併得六百八十步爲弦甲東行爲勾勾股相乘得𝍡𝍮元𝍣𝍯〇〇又倍之得𝍮𝍣元𝍠𝍮𝍣𝍮〇爲二直積寄左然後以勾股弦相併得一元𝍠𝍯〇爲三事和以天元乘之得𝍠𝍠𝍯元爲同數與左相消得𝍩𝍭𝍥〇𝍠𝍯𝍣〇開平方得二百四十步即城徑也合問

或問東門南不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步望樹與城參相直復就樹斜行一百七十步至樹問荅同前

法曰兩段東行步羃內減兩段東行斜行相乘數爲實（案或云倍東行步以二行差乘之亦同）二之東行爲從一益隅

草曰別得東行步即大勾斜行步即小弦也乃立天元一爲城徑減東行步得[illegible]爲勾圓差也今爲小勾置東行步以斜步乘之得[illegible]合

以小勾除之今不受除便以此爲大弦內帶小勾分母再置東行步以小勾乘之得𝍣𝍦元𝍣𝍥〇爲大勾分母以減大弦得𝍢𝍦元𝍣𝍭〇〇〇爲大差合以小差乘之緣內帶小差分母更不須乘便以此爲半段黃方冪更無分母又二之得𝍤𝍣𝍦元𝍦𝍭〇〇〇爲一段黃方冪寄左然後以天元冪與左相消得丄𝍣𝍦卜𝍦𝍭〇〇開平方得二百四十步即城徑也合問

依前問假令乙出東門南行不知步數而止甲從乾東行三百二十步望乙與城相直復就

乙斜行一百七十步

法曰以甲東行乘二行差羃爲實以甲東行乘二之二行差爲益方二之二行差爲隅法

草曰識別得二行相減餘一百五十即半城徑與乙南行共數也得此數更不須用斜立天元一爲半徑減於二行差得[算籌]即半梯頭也又以二天元減甲東行步得[算籌]爲勾率又以一百五十爲股率乃置甲東行以股率乘之得[算籌]合勾率除不除便以此爲大

股（內寄勾率分母）再置天元以勾率乘之得[算籌式]以減於大股得[算籌式]爲半梯底也頭底相乘得下[算籌式]爲半徑冪也（內帶勾率分母寄左）然後以勾率乘天元冪得[算籌式]爲同數與左相消得[算籌式]開平方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問南門東不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步見樹復向樹斜行二百七十二步至樹問荅同前

法曰二之二行差乘二之甲東行爲實併二之二行差及二之甲東行爲從二步益隅

草曰別得二行相減餘四十八步即虛積之勾也　立天元一爲城徑內減二之二行差得沅訂爲梯頭於上再置甲東行步以二之內減天元得坛𝍫爲梯底以乘上位得卜𝍫沅𝍫爲城徑冪寄左　然後以天元冪與左相消得廿𝍫𝍫開平方得二百四十步即城徑也

合問　翻法在記

或問甲從乾隅東行三百二十步而止乙出南門直行不知步數望見甲復就甲斜行四百二十五步與甲相會問荅同前

法曰二行步相減以乘東行步得數又以半之東行步乘之爲實以半之東行步乘東行步於上以二行步相減餘乘東行步減上位爲從二之東行步爲益廉一步常法得半徑

草曰識別得二行相減是高積上勾股較此勾即半徑也又別得是高弦不及股圓差數乃立天

元爲半城徑以減東行步得丄元〡川〇爲中勾其斜行步卽中弦也又置半城徑以斜步乘之得〡〣川元合以中勾除之不受除便以此爲高弦內寄中勾爲母又以二行步相減餘一百五步爲高弦不及股圓差數置此數以中勾乘之得〣元〡丅川〇加入高弦得川〇元川丅〇〇爲大差於上內帶中勾分母又倍天元減東行步得〡丄元〡川〇爲小差又半之得丄元〡川〇以乘上位得川〇元〡川〇〡〣〡〇爲半徑羃內有中勾分母寄左乃以天元自乘又以中勾乘之得〡川〇

〇元爲同數與左相消得丨[illegible]〇[illegible]〇元[illegible]以立方開得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問甲乙二人俱在乾隅乙直南行不知步數而立甲直東行三百二十步望見乙復就乙斜行六百八十步與乙相會問荅同前

法曰以二行差乘甲東行步又二之爲實以二之二行差爲從一步常法

草曰別得二行步相減餘三百六十步卽股圓差也乃立天元一爲圓徑以減於甲東行

步得[illegible]為小差以東行斜行差三百六十
步乘之得[illegible]元[illegible]太又倍之得[illegible]元[illegible]太為一段城徑
冪寄左　乃以天元冪與左相消得[illegible]開
平方得二百四十步即城徑也合問
或問東門外不知遠近有樹甲從乾隅東行三
百二十步望樹與城參相直復就樹斜行一
百三十六步至樹問荅同前
法曰倍二行相減數內減甲東行得數復以
乘甲東行為實（案或以倍斜步以減甲東行餘以甲東行乘之亦同）倍

二行差爲從二步虛常法得半徑

草曰識別得斜行步乃樹至城心步也　立天元一爲半徑加斜行步得沅叵即樹至城西門之步也乃以減於甲東行得下卜元𝍣爲小勾率其天元半徑即小股率其斜步即小弦數也再置甲東行步內減天元得卜元𝍨卜爲梯底於上又置梯底內減二之小勾率得沅𝍢梯倍小勾得三百六十八步少二元以少二元減梯底之少一元反爲多一元以三百六十八步減梯底之三百二十步反爲少四十八步也　以乘上位得卜

[illegible]爲半徑冪寄左　乃以天元冪與左相消

得下式[illegible]以平方開之得一百二十步

倍之即城徑也合問

或問南門外不知步數有槐樹一株甲從乾隅直東行至柳樹下望見槐樹復斜行至槐樹下甲自云我共行了七百四十五步乙從坤隅南行望見槐柳與城參相直復斜行至槐樹下乙自云我南行步多於斜行步一百五步

銳案此問有草無法蓋傳寫脫去案卷第五第十二問與此相類推南行東行爲異耳今據彼法及下細草補之當云甲東行減於甲斜行以乘甲東行得數復以乘二之甲東行爲實半之甲東行以乘二之東行於上甲東行減於甲斜行餘復以乘甲東行又倍之減上位爲從方二之甲東行爲益廉五分隅法

案此問下有草無法今依細草補之

法曰置甲共步內減乙較步餘數折半自之再倍乙較步乘之爲立方實置上減餘折半數又減二之乙較步復以減餘折半數乘之爲從甲共步內減乙較步爲廉五

分爲負隅開立方得城徑（銳案廉當云益廉負隅當云開）

蓋加減所得多少與相消所得正負相反也

草曰識別得一百五步是大差多於高弦數

又爲高弦上勾股差數又別得是甲斜行多

於東行數也乃副置甲共行七百四十五步

在地其上位加一百五步而半之得四百二

十五步即甲斜行也其下位減一百五步而

半之得三百二十步即甲東行也乃立天元

一爲圓徑以半之減於甲東行步得[illegible]爲

中勾其甲斜行四百二十五步卽中弦也再置天元以半之爲小勾以中弦乘之得[illegible]合以中勾除不除便以爲高弦於上內帶中勾分母別置乙多步一百五步以中勾乘之得[illegible]爲大差多於高弦數也以加入上位得下式[illegible]爲一个大差也置甲東行以天元減之又倍之得[illegible]爲兩个小差以乘大差得下[illegible]爲一段黃方冪內帶中勾分母寄左然後置天元冪以中勾通之得[illegible]元與左相消得[illegible]

[illegible]開立方得二百四十步即城徑也合問

或問出東門直行不知步數有槐樹一株出南門東行不知步數有柳樹一株槐柳斜相距一百五十三步甲從乾東行三百二十步望槐柳與城參相直問荅同前

法曰二行相乘訖又以乘甲東行冪爲實斜行乘甲東行冪又三之爲從方甲東行冪內減兩段二行相乘數爲第一廉二之甲東行

為益二廉二步常法開三乘方得半徑

草曰立天元一為半徑以二之減於甲東行得𝍥元𝍡𝍥〇為小差以自之得𝍢𝍥元𝍠𝍦〇〇加於甲東行冪復半之得𝍡𝍤元𝍠𝍦〇〇為大弦差（內帶小差分母）又置斜相距步以大勾乘之得𝍤𝍧𝍥太合大弦除不除便以此為小勾（內帶大弦分母）乃以天元減甲東行數得𝍥元𝍡𝍥〇為半梯底以乘小勾半梯頭得𝍤𝍧元𝍣𝍢𝍥〇〇為半徑冪於上此半徑冪內有大弦分母此大弦分母元帶小差分母故先用小差分

母以乘上半徑冪得[illegible]為半徑冪也內只帶本大弦分母寄左然後以大弦乘天元冪得[illegible]元為同數與左相消得下[illegible]開三乘方得一百二十步即半城徑也合問

或問甲從乾隅東行三百二十步而止丙出東門南行乙出東門直行各不知步數而立甲迴望乙丙悉與城參相直旣而乙就丙斜行三十四步相會問荅同前

法曰甲東行再自之於上以二之斜行步乘甲東行冪減上位爲立方實兩段東行冪內減兩段東行斜行相乘數爲益從以甲東行加五（隅加五即加半）爲從廉五分虛隅得全徑

草曰立天元一爲城徑以減於甲東行步得𝍤元𝍢〇爲小差以自之得丨𝍡元𝍣〇〇爲小差冪也乃置甲東行冪內加小差冪而半之得〇𝍢𝍣元爲大弦也（內帶小差分母）又置甲東行冪內減小差冪而半之得〇𝍢𝍣元爲大股也（內帶小差分母）乃置

斜行步在地以大股乘之得[illegible]元合以大弦除之不除而又倍之得[illegible]元為梯頭也即兩个小股內寄大弦為母權寄乃置天元圓徑以半之以小差分母通之得[illegible]元以減於大股餘得[illegible]元又倍之得[illegible]元為梯底也即兩个邊股內亦有小差分母以乘權寄得[illegible]元為城徑羃也內寄大弦及小差分母寄左然後以天元自之為羃以大弦通之又以小差通之得[illegible]元為同數與左相消得[illegible]開立方得二百四十步即城徑也合

問

依前問假令東門外有樹乙出東門南行不知步數而立只云樹去城步少於乙南行步甲從乾隅向東行三百二十步望乙與樹悉與城參相直乙復就樹斜行三十四步到樹問荅同前

法曰甲東行自之又以斜步乘之爲立方實以斜行乘甲東行於上以半段甲東行幂加〔鏡案〕當云內減上位爲從廉空半步常法得勾圓差

草曰別得乙斜行即東弦也東弦得小勾股

卽大股弦較也乃立天元一爲勾圓差以自之爲冪副之上以加於甲東行冪而半之得[算籌]元[算籌]爲大弦也寄小差分母下以減於甲東行冪而半之得[算籌]元[算籌]爲大股也寄小差分母乃置斜步以大股乘之得伕元[算籌]合大弦除不除便以此爲小股寄大弦分母又置斜步以甲東行乘之得[算籌]太合大弦除不除便以此爲小勾而又以通母分通之得[算籌]元爲同分小勾也寄大弦分母注大股乘時有小差分母今大勾無母故又以齊同之又置斜步以

大弦通之得[算籌]元[算籌]太爲同分小弦也三位相

併得[算籌]元[算籌]太爲勾圓差也寄左　然後置天元以

大弦通之得[算籌]○[算籌]元爲同數與左相消得[算籌]

○[算籌][算籌]開立方得八十步即勾圓差也以勾

圓差減於甲東行步餘二百四十即城徑也

合問

或問南門外不知步數有樹甲從乾東行三百

二十步而立乙出西門便南行望樹及甲與

城參相直却就樹斜行二百五十五步至樹

問答同前

法曰二行相乘於上以半之甲東行乘之爲實二行相乘於上又半之甲東行以乘甲東行加上位爲益從甲東行爲從廉一步虛法開立方得半徑

草曰立天元一爲半徑便以爲小勾其斜行卽小弦也乃以甲東行爲大勾以小弦乘之復以天元除之得〇太卌〇卽大弦也又倍天元減東行餘卄卌太爲小差以減大弦餘卌元卌〇卌〇

為大股也又倍天元以減股餘[illegible]為大差也却以半小差[illegible]乘之得下式[illegible]為半徑冪寄左 乃以天元冪與左相消得下式[illegible]開立方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問南門外不知步數有槐樹一株東門外不知步數有柳樹一株槐柳相距二百八十九步甲從乾東行三百二十步斜望槐柳與城參相直問答同前

法曰二行相乘得數又自增乘爲實斜步冪乘甲東行又倍之爲益從兩行相乘又倍之爲益廉二之斜步爲第二廉二步常法開三乘方得柳至城心步

草曰別得柳至城心步即甲立處至柳樹步也　立天元一爲柳至城心步加斜步得元𝍦𝍣爲底弦以天元乘之得丨𝍦𝍣太合斜步除不除便以此爲底勾寄斜步分母乃再置通勾以斜步乘之得𝍫𝍣太爲帶母通勾內減底勾餘式

十[illegible]〇[illegible]〇為半徑以自之得丨[illegible]元[illegible]為半
徑冪內帶斜步冪分母寄左乃以天元減斜
步得[illegible]為明弦以天元乘之得十[illegible]元合斜
步除不除便以此為半梯頭寄斜步為母復以底
勾半梯底乘之得十〇[illegible]元為同數與左相
消得[illegible]開三乘方得一百三十六
步即柳至城心步也合問
或問甲從乾隅東行三百二十步而立乙出城
東行丙出城南行三人相望俱與城相直乙

丙共行了一百五十一步問荅同前

法曰以甲東行爲羃折半又以自之爲三乘方實倍共步加甲東行以乘半段甲行羃爲從方甲行乘共數爲從廉甲東行加五爲第二益廉二分五釐常法得小差

草曰別得乙丙共行步即明股東勾共也立天元一爲小差以自之副置二位上位減於甲東行羃以天元除之又折半得〇卌 〇太 ||||||||〇〇即大股也下位加甲行羃以天元除之又折

半得[illegible]為大弦也其甲東行即大勾也
併大勾大股得[illegible]即大和也再立天元
以減甲東行步得[illegible]即圓徑也以圓徑加
共步得[illegible]即皇極和也即小和又為高弦平弦共數又
倍之得[illegible]即黃長弦黃廣弦共也內減大
弦得下式[illegible]為皇極內小黃方也亦為虛弦
再置大和[illegible]以小黃方乘之得下式[illegible]
[illegible]合以小和除之不除便以此為城
徑內寄小和為母寄左然後以天元減甲東

行得[籌式]為大黃方以小和乘之得[籌式]

為同數與左相消得[籌式]開三乘方

得八十步即小差也以小差減甲東行餘二

百四十步即城徑也合問

或問丙出南門東行乙出東門南行各不知步

數而立甲從乾隅東行三百二十步望乙丙

悉與城參相直乙就丙斜行一百二步相會

問荅同前

法曰甲東行自之於上倍斜行步乘之為立

方實倍斜行步乘甲東行於上加兩段甲東行冪爲從四之甲東行爲益廉四爲隅法得半城徑

草曰別得斜步即小虛弦減於全徑即小和也乃立天元一爲半徑以二之減於甲東行得𝍣元𝍧〇爲小差也以自之得𝍢𝍤元𝍦〇〇爲小差冪也置甲東行冪內加小差冪而半之得下𝍡𝍢元𝍦〇〇爲大弦內帶小差分母置甲東行冪內減小差冪而半之得𝍠𝍣元爲大股也內亦帶小差

爲母又以小差乘大勾得〔算式〕併入大股得〔算式〕爲大和也小差母帶乃先以小弦乘大和得下〔算式〕寄左次以斜步減於二天元得〔算式〕爲小和以乘大弦得下式〔算式〕爲同數與左相消得〔算式〕開立方得一百二十步即半城徑也合問

依前問假令乙出東門南行丙出南門東行各不知步數而立只云丙行步多於乙行步甲從乾隅東行三百二十步望乙丙與城參相直其乙丙共

行了一百二步問荅同前

法曰倍共步以乘甲東行冪為立方實共步乘甲東行於上又以甲東行自之加上位為益從甲東行為從廉五分虛常法得城徑

草曰別得共步便為小弦得小勾小股即與圓徑同立天元為城徑以減甲東行得丅元‖𝍣〇為小差以自之得丨
‖‖‖𝍥元‖𝍣〇〇為小差冪也乃置甲東行以自之為冪副之上以加小差冪而半之得〇‖‖‖𝍥元‖𝍣〇〇為大弦也內寄小差分母下以減小

差羃而半之得下[rod numerals]元[rod numerals]為大股也(內寄小差分母)乃置其步在地以大股乘之得[rod numerals]元[rod numerals]合大弦除不[illegible]便以此為小股也(寄大弦分母)又置其步以甲[illegible]乘之得元[rod numerals]合以大弦除不除便以此為小勾而又以元分母小差乘之得[rod numerals]元[rod numerals]為同分小勾也(只寄大弦分母)注(其大弦內元帶小差分母其大勾內却無分母故今乘過復以小差通之齊同其分母也)又置其步以大弦通之得[rod numerals]元[rod numerals]同分小弦也三位相併得[rod numerals]元[rod numerals]為城徑也(內有大弦分母寄左)然後置天元城

徑以大弦分母通之得[illegible][illegible][illegible]為同數與左相消得[illegible][illegible][illegible][illegible]開立方得二百四十步即城徑也合問

元和李銳覆校

敬齋先生測圓海鏡細草卷第六

測圓海鏡細草卷第七

翰林學士知　制誥同修　國史欒城李治撰

明叀前一十八問

或問出南門東行七十二步有樹出東門南行三十步見之問荅同前

法曰倍南行以乘倍東行爲平實併二行又倍之爲從一虛隅得城徑

草曰識別得此問名爲弦外容圓又爲内率求虛積其二行步相併爲虛弦若以相減即

虛較也又倍東行爲弦較和倍南行即弦較較此二數相乘則兩虛積也若直以二行相乘則半个虛積也又倍東行減於城徑餘即二虛勾也倍南行減於城徑則二虛股也虛積上三事和即城徑也乃立天元一爲圓徑便以爲三事和也倍二行步減之得元𝍢〇𝍡爲黃方一天元乘之得𝍠𝍢〇𝍡元爲二虛積寄左然後倍東行以乘倍南行得八千六百四十爲同數與左相消得卜𝍢〇𝍡𝍬〇益積開平方得二

百四十步卽城徑也合問

又法二行步相乘爲實二行步相併爲從一步

虛法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置二位上加東行

步得元⊥‖爲大差勾下加南股得元|||〇爲小

差股此二數相乘得下式|丨〇元二⊥〇爲半段黃

方冪寄左然後立天元以自之又二之與左

相消得⊤|〇‖二⊥〇益積開平方得一百二十步

卽半城徑也

又法二云數相乘倍之於上加云數差羃權寄

併二云數又自增乘得數內減上位爲平實

併云數而倍之爲從二步益隅得半徑

草曰立天元一爲半徑副之上減明勾得下

沉[算式]爲虛勾下減東股得沉[算式]爲虛股勾股

相乘得[算式]又倍之得[算式]又加二行

差羃[算式]得[算式]爲弦羃寄左 然後併云步

以自之得[算式]於太極位爲同數與左相消得

[算式]益積開平方得一百二十步卽半城

徑也

又法云數相乘又倍之爲平實云數相減爲從

一常法得虛勾

草曰立天元一爲虛勾以南行減東行餘四

十二步爲虛較也以虛較加天元得丨𝍬𝍡元爲

虛股以天元乘之得下丨𝍬𝍡元爲直積寄左然

後倍南行乘東行得𝍣𝍫𝍡〇與左相消得丨𝍬𝍡元𝍣𝍫𝍡〇

開平方得四十八步即虛勾也以勾除積得

九十步即虛股也併勾股得丨𝍫𝍧爲虛和也內

加入二行併〡〇〢得〡〇即圓徑也

又法併兩行步以自乘於上又倍南行乘倍東

行加上位爲平實一隅法得小和

草曰立天元一爲小和併二行步加之得沅

〡〇〢爲三事和也倍二行步而併之得〡〢〢〢以減

三事和餘沅〡〇〤爲黃方𡏖以三事和乘之得

下〡沅〡〢〢〢爲二虛積也寄左 乃倍南行以乘

倍東行得〣〇爲同數與左相消得〡〇〣〇開

平方得一百三十八步即虛和也加入二行

步得二百四十步卽城徑也合問

或問丙出南門直行一百三十五步而立甲出東門直行一十六步見之問荅同前

法曰以丙行步一百三十五再自之得二百四十六萬○三百七十五於上又以甲行一十六乘丙行冪一萬八千二百二十五得二十九萬一千六百以乘上位得七千一百七十四億四千五百三十五萬爲三乘方實以二行步相乘又倍之得四千三百二十以乘

丙行步再自之數得一百六億二千八百八十二萬爲益從第一廉空以甲行乘丙行冪得二十九萬一千六百又倍之得五十八萬三千二百於上四之甲行冪一千〇二十四以乘丙行步得一十三萬八千二百四十減上位餘四十四萬四千九百六十爲第二廉二行步相乘得二千一百六十爲虛常法得丙行步上勾弦差八十一

〔案〕法中截數自此始亦擇其數繁者詳之

使人易曉也

草曰識別二數相併得一百五十一以減於皇極弦餘一百三十八即虛勾虛股併也若以二數相減餘一百一十九爲高弦內減平弦又爲皇極弦內少个小差弦又爲大差弦內減个皇極弦也　立天元一爲丙行大差數置丙行步一百三十五自乘得一八二二五用天元除之得〇太一八二二五爲勾弦併也上減天元得−一〇太一八二二五爲二丙勾也復用丙南行乘之得[illegible]〇太[illegible]

爲二積也又以天元除之得元[算籌]。[算籌]爲丙
勾外容圓半寄泛別置丙南行用二甲勾乘之
得[算籌]太合用二丙勾除之不受除便以此爲甲
股丙勾爲分母寄二丙復用二甲勾三十二乘之得[算籌]太
爲二个甲直積也又置丙南行內減天元得
元[算籌]爲黃方以自乘得[算籌]元[算籌]爲丙上勾弦
差乘股弦差二段以天元除之得元[算籌]。[算籌]爲
兩个丙小差也乃用甲股乘之得下式[算籌]。[算籌]太
[算籌]復用丙南行除之得[算籌]元[算籌]。[算籌]又折半得下

率冪爲母寄左然後置天元以自之又以股

率冪乘之得下｜‖丄〇卌‖‖〇元爲同數與左相消

所得一如前荅

又法以二行差冪數自乘又倍之爲實併二行

步以乘二行差冪又四之爲益從四段南行

冪內減二段差冪於上又二段差冪內減四

段東行冪餘以減上位案併二行冪減二行差冪四因之亦同

爲第一廉四之二行共爲第二廉二步虛法

益積開之得皇極弦二百八十九

草曰立天元一爲皇極弦以自之爲弦冪於上以二行步相減餘[illegible]以自之得[illegible]爲較冪以減上得[illegible]元[illegible]爲二直積復以天元除之得[illegible]。[illegible]爲一个城徑也副置之上位加二之東行步得[illegible]元[illegible]爲二勾也以自增乘得[illegible]爲四段勾冪於上下位加二之南行得[illegible]元[illegible]。[illegible]爲二股也以自增乘得[illegible]。[illegible]爲四段股冪也併入上位得下式[illegible]爲四段弦冪寄左然後以天元爲

冪就分四之爲同數與左相消得下卄丅〇川卌〇
丅〇川川億丅‖川‖ 益積開三乘方得二百八十九步卽皇
極弦也欲見城徑者別立天元半徑副之加
東行爲勾加南行爲股勾股各爲冪併之與
弦冪相消開方得城徑也
又法以二行差一百一十九自乘得一萬四千
一百六十一爲差冪以東行步乘之得二十
二萬六千五百七十六爲汎率又自增乘得
五百一十三億三千六百六十八萬三千七

百七十六為五乘方實倍東行步得三十二以二行差一百一十九乘之得三千八百八為小汎以乘泛率又倍之得一十七億二千五百六十。萬二千八百一十六為從方併兩行而倍之得三百二以乘泛率得六千八百四十二萬五千九百五十二於上位以小泛冪一千四百五十萬。。八百六十四加入上位共得八千二百九十二萬六千八百一十六為第一廉併兩行而倍之得三百二

以乘小泛得一百一十五萬○○一十六爲寄數倍二行差以乘差羃得三百三十七萬○三百一十八內減寄數餘二百二十二萬○三百○二爲第二益廉六段二行差羃八萬四千九百六十六內減二行併數羃二萬二千八百一餘六萬二千一百六十五爲第三益廉六之二行差七百一十四爲第四益廉二步虛法得東弦三十四步

草曰立天元一爲皇極弦上股弦差即東行步上斜

以天元加二行差得元[illegible]卽明弦也也亦謂重弦

以天元乘之又倍之得[illegible]太此卽皇極弦上勾弦差也

卽皇極內黃方冪也泛寄置皇極弦上勾弦差

以東行步乘之得元[illegible]以天元除之得太[illegible]

爲明勾也又置天元以南行乘之得[illegible]太合

用明弦除不除寄爲母便以此爲重股於上

寄明弦母乃再置明勾以明弦乘之得元[illegible]太[illegible]亦

爲帶分明勾加入上位得[illegible]卽是一个

虛弦也以自增乘得下式[illegible]爲一

段虛弦羃也內帶明弦羃分母寄左然後置

明弦以自之得[illegible]為明弦羃以乘泛寄

得[illegible]為同數與左相消得下式[illegible]

[illegible]開五乘方得三十四步為東行

步上斜步也即東弦其東行步得丁即東勾也

勾弦各自為羃以相減餘九百步開方得三

十步即東股也既各得此數乃以股外容圓

半法求圓徑得二百四十步即城徑也合問

案此草又法求東弦至開帶縱五乘方法

愈繁數愈愈賾而天元一之用愈見其妙第所得帶縱五乘方廉隅積數雖具而未習其法者不能信其數之必然今姑取已得之東弦數案廉隅數推其積數以明其數之無可疑焉置五乘方數二以東弦三十四乘之得六十八與四乘方數七百一十四相加得七百八十二又以東弦乘之得二萬六千五百八十八與三乘方數六萬二千一百六十五相加得八萬八千七百

五十三又以重弦乘之得三百零一萬七千六百零二與立方數二百二十二萬零三百零二相加得五百二十三萬七千九百零四又以重弦乘之得一億七千八百零八萬八千七百三十六內減所少平方數八千二百九十二萬六千八百一十六餘九千五百一十六萬一千九百二十又以重弦乘之得三十二億三千五百五十萬零五千二百八十內減所少元數十七

億二千五百六十萬零二千八百一十六餘十五億零九百九十萬零二千四百六十四又以直弦乘之得五百一十三億三千六百六十八萬三千七百七十六爲積數與草中積數合此卽無次商帶縱五乘方法○〔銳案〕此乃通初次商爲一法耳非無次商也云無次商不辭之甚

或問出東門一十六步有樹出南門東行七十二步見之問荅同前

法曰二行步相減得數以自之於上又以出

東門步自之減上位爲平方實二之出南門東行步爲益從一步常法翻開得半徑

草曰別得人到樹卽平弦也半圓徑卽平股也其東行七十二步則平勾平弦差也乃立天元一爲半圓徑加一十六減七十二得𠄌沅卌𠄌爲勾也以自之得丨𠄌沅𦉭丅爲勾冪又加入天元股冪得‖𠄌沅𦉭丅爲弦冪寄左再立天元一爲半徑加出東門步得丨沅一丅卽弦也以自之得丨𠄌沅𦉭丅爲同數與左相消得丨卌𠄌卌翻

法開之得一百二十步卽半城徑也合問

或問出南門一百三十五步有樹出東門南行三十步見之問荅同前

法曰樹去城步內減南行步餘以爲羃於上又以樹去城步爲羃內減上位爲平實倍樹去城步爲從一虛隅翻法得半城徑

草曰别得入距樹卽高弦也半圓徑卽高勾也其南行三十步卽高弦上小差也乃立天元一爲半徑加樹去城步爲弦內減小差

得元丅||||即股也以自之得丨‖元丅‖≡爲股羃內

加入天元羃得‖‖元丅‖≡爲弦羃寄左再置弦

元‖||||以自之得丨‖元‖|||||爲同數與左相消得

式╳丄〇≟‖〇〇翻開得一百二十步即半城徑也

合問

或問乙出東門不知遠近而立甲出南門東行

七十二步望見乙就乙斜行一百三十六步

與乙相會問荅同前

法曰以斜行步自之於上以二行相減餘自

爲羃減上位爲平實從空一步常法如法得

半徑

草曰別得七十二步卽大差也斜行卽弦半

徑卽股也　立天元一爲半徑以自之爲股

羃又以二行差六十四以自之得𝍣〇𝍨丅爲勾羃

併二羃得丨元𝍣〇𝍨丅爲弦羃寄左　然後以斜行

步自之得[illegible]爲同數與左相消得丄〇𝍣〇開

平方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問甲出南門不知遠近而立乙出東門南行

三十步望見甲却就甲斜行二百五十五步

與甲相會問荅同前

法曰二行差自之爲冪以減於斜行冪爲平

實一虛隅得半徑

草曰別得南行步即股弦差也斜步即弦也

半徑即勾也乃立天元一爲半城徑以自之

爲冪以二行相減餘二百二十五以自之得

𝍤〇𝍥𝍪𝍤爲股冪二冪相併得𝍠〇元𝍤〇𝍥𝍪𝍤爲弦冪寄左

然後以斜行步自之得𝍥𝍭〇𝍪𝍤爲同數與左相消

得下十○卌°開平方得一百二十步即半徑也合問

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行三十步望見甲斜行一百二十步相會問荅同前

法曰二行相乘四之於上（銳案此有誤當云二行相減餘以乘乙南行四之於上）又加入斜行冪爲平實得虛和一百三十八

草曰別得斜步內減南行爲甲東行步也此

問以弦外容圓入之以二行相減數乘乙南行三十步得[illegible]又四之得[illegible]爲二直積也又加入斜步冪[illegible]共得[illegible]卽和冪也平方而一得一百三十八步卽虛和也又加斜步得二百四十步卽城徑也合問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出南門東行七十二步望見乙斜行一百二步與乙相會問荅同前

法曰倍相減步以乘倍東行得數復以減於

斜步冪餘爲實平方而一得較也又以二行相減數乘倍東行爲平實以較爲從方得勾勾較共爲長又以斜步併入勾股共即城徑

草曰別得二行相減餘三〇爲乙南行步也以此數又減於甲東行餘四十二步即較也又以二行相減數三〇乘倍東行得非〇爲平實以較爲從平方開得四十八即勾也勾內加較得九十步即股也勾股共得一百三十八又加入斜步共得二百四十步即城徑也合問

或問乙出南門東行甲出東門南行兩相望見
既而乙云我東行不及城徑一百六十八步
甲云我南行不及城徑二百一十步問荅同
前
法曰半甲不及步以自之爲冪半甲不及步
內減差以自之爲冪二冪相併內却減差冪
爲平實二之乙不及爲益從三步半虛法得
甲南行
草曰別得乙不及爲虛勾半徑其又爲徑內

減明勾也甲不及爲虛股半徑共又爲徑內

減直股也又二云數相併爲虛和圓徑共也

云數相減卽虛較也乃立天元一爲甲南行

以減於甲不及步又半之得〇𝍣太𝍫𝍣爲虛股也

虛股內減虛較得〇𝍣太𝍬𝍣爲虛勾勾自之得〇𝍪

𝍣元𝍣𝍣爲勾冪也又股自之得下式〇𝍪𝍫𝍣元𝍫𝍪爲

股冪也二冪相併得〇𝍢𝍬元𝍭𝍢爲弦冪　寄左　然

後以天元加虛較得元𝍪爲乙東行又加入

天元甲南行得元𝍫爲虛弦以自之得𝍢𝍭元

〦〤爲同數與左相消得〧〦〤〦〢〇開平方得三
十步即甲南行也內加少步即城徑也合問
或問丙出南門直行甲出東門直行兩相望見
既而丙云我行少於城徑一百五步甲云我
行少於城徑二百二十四步問荅同前
法曰二少步相乘訖又自乘爲實六之其步
乘云數相乘數爲益從十八之云數相乘數
於上又三之其步自乘加上位內復減丙少
步冪甲少步冪爲從廉四十八之其步爲益

二廉六十三步常法翻法開三乘方得一百二十步即半徑

草曰別得云數共減於倍城徑爲甲丙共行數又云數相減即皇極差亦爲甲行不及丙行數　立天元一爲半城徑以三之副置二位上位減丙少步得[illegible]元[illegible]爲皇極股也下位減甲少步得[illegible]元[illegible]爲皇極勾也勾股相乘得[illegible]以天元除之得[illegible]元[illegible]爲弦也弦自之得[illegible]爲弦冪寄左　然後以股自

之得下[illegible]為股冪於上又以勾自之得

[illegible]為勾冪併以加入上位得[illegible]為

同數與左相消得[illegible]翻法開三乘

方得一百二十步即半城徑也合問

或問甲出東門直行丙出南門直行各不知步

數而立乙望見甲就甲斜行了二百八十九

步與甲相會其二直行共得一百五十一步

又云甲直行少於乙直行問荅同前

法曰斜冪內減共步冪為平實倍共步內減

斜步爲從一常法得徑

草曰别得共數城徑併即皇極和也　立天元一爲圓徑加共步得[illegible]爲皇極和以自之得[illegible]於上以斜行[illegible]減上位餘[illegible]爲二直積寄左　然後以天元乘斜步得[illegible]與左相消得[illegible]開平方得二百四十步即城徑也合問

或問甲出東門直行乙出東門南行丙出南門直行丁出南門東行各不知步數而立四人

遥相望悉與城參相直只云甲丙共行了一百五十一步乙丁立處相距一百二步又云丙直行步多於甲直行步問荅同前

法曰共步距步相減得數自之於上以共步爲冪內減上爲平實二之距步內減共步距步差爲從一步虛法得城徑

草曰別得共步得城徑卽皇極和也相距步卽虛弦也皇極和內減虛弦卽皇極弦也又共步距步差𝍫𝍣卽皇極弦內減城徑也此名旁差

乃立天元一為城徑加共步得[illegible]為皇極和也以自之得[illegible]於上以共步距步差[illegible]加天元得[illegible]為皇極弦也以自之得下式[illegible]減上位餘得[illegible]為二直積寄左然後以天元徑乘皇極弦得[illegible]為同數與左相消得[illegible]開平方得二百四十步即城徑也合問

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行望見甲復就甲斜行與甲相會乙通計

行了一百三十二步其乙南行步不及斜行七十二步其甲東行却多於乙南行問荅同前

法曰倍不及步在地以不及步減通步以乘之爲實以四之不及步爲法得乙南行三十步

草曰別得乙南行即東股也以減通步即虛弦也以減不及步即虛較也其不及步即甲東行也　立天元一爲乙南行置不及步以

天元乘之又四之得𝍫元爲二直積寄左然後
倍不及步以爲弦較和於上𝍫以不及步減
通步得上〇爲弦較較以乘上位得𝍤〇𝍤爲同數
與左相消得𝍫𝍤〇上法下實得三十步爲乙
南行也餘各以數求之
又法別得通行步爲兩个乙南行一个甲東行
共也其不及步卽東行步也云步相併卽兩
个虛弦相減卽兩个乙南行也
或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門

南行望見甲復斜行與甲相會二人共行了二百四步又云甲行不及乙一百三十二案甲不及乙六十步非一百三十二步當云甲行不及共步方合問荅同前

法曰別得二行共即兩个虛弦也其不及步即乙南行與一虛弦共也置不及步內減一弦餘三十步即乙南行也以乙南行反以減虛弦餘七十二步即甲東行也以乙南行減甲東行餘即虛較也

此問無草

〔案〕右二問語若淺近然以發明加減乘除相通之義最爲深切集中倣此者可類推之

或問乙出東門南行甲出西門南行甲望見乙斜行五百一十步相會乙云我南行少於城徑二百一十步問荅同前

法曰少步羃爲平實四斜步內減二少步爲益從五步常法得乙南行

草曰別得少步爲徑內減直股　立天元一

爲乙南行以二之減於倍斜行步得𝍫元一二〇爲

梯底也以二之天元乘之得卌元二〇爲徑冪寄

左再置天元加少步得下式𝍠元卄〇爲城徑以

自之得〡𝍢元𝍣卄〇與左相消得𝍣𝍣𝍣𝍦〇𝍣卌〇開平方

得三十步即乙南行也加少步即城徑也合

問

或問乙出南門東行甲出北門東行甲望見乙

斜行二百七十二步與乙相會乙云我東行

不及城徑一百六十八步問荅同前

法曰以不及步冪之爲實四斜內減二之不及步爲虛從五常法平開得乙東行七十二步

草曰別得不及步爲城徑減明勾也 立天元一爲乙東行以倍之減於二之斜行步得下[籌]爲梯底也倍天元乘之得[籌]爲徑冪寄左 再置天元加不及步得[籌]爲城徑以自之得[籌]爲同數與左相消得[籌][籌]開平方得七十二步即乙東行也加入少

步卽城徑也合問

或問乙出南門東行丁出東門南行却有甲丙二人共在西北隅甲向東行丙向南行四人遙相望見俱與城參相直旣而相會甲云我多乙二百四十八步丙云我多於丁五百七十步問荅同前

法曰二多步相乘爲平實倂二多步而半之爲從七分半常法得城徑

草曰別得甲多步爲大勾丙減明勾也丙多

步爲大股內少東股也又乙東行得一虛勾爲半徑丁南行得一虛股爲半徑又二多數相併得丅Ⅲ爲大和內少虛茲也又二多數相減餘ⅢⅡ爲兩个角差又甲多步內減半徑卽勾方差也丙多步內減半徑卽股方差也

立天元一爲城徑以半之減於甲多步得〇丅元ⅢⅢ爲勾方差又以半徑減於丙多步得〇丅Ⅲ太爲股方差二差相乘得〇Ⅲ ⅢⅢ ⅢⅢ〇爲徑冪寄左然後以天元冪與左相消得下式〇Ⅲ Ⅲ〇Ⅲ ⅢⅢ〇開

平方得二百四十步即城徑也合問

或問甲丙二人俱在西北隅甲向東行丙向南行又乙出南門東行丁出東門南行各不知步數而立四人遙相望見悉與城參相直既而相會甲云我與乙共行了三百九十二步丙云我與丁共行了六百三十步問荅同前

法曰甲乙共自之爲冪丙丁共自之爲冪二冪又相乘爲三乘方實甲乙共自之爲冪以丙丁共乘之於上又以丙丁共自之爲冪以

甲乙共乘之加上位爲益從甲乙共自之爲
冪丙丁共自之爲冪併以七分半乘之於上
又以甲乙共乘丙丁共得數減上位爲第一
益廉併二共數以七分半乘之爲第二廉以
七分半自之得五分六釐二毫五絲於上位
以一步內減上位餘四分三釐七毫五絲爲
虛隅得城徑

草曰別得甲爲大勾乙爲明勾丙爲大股丁
爲東股也甲乙共內減半徑卽是黃長弦也

丙丁共丙減半徑卽黃廣弦也黃長弦黃廣

弦二數相減餘爲兩个皇極差也乃立天元

爲城徑半之副置二位上以減於甲乙共數

得〇丰 |||太 卽黃長弦也以自之得〇〓 |||元 |||||||| 爲黃

長弦冪也內減天元一冪餘得下式 〇丄||| |||元 ||||||

爲勾方差冪也下位以減於丙丁共得下式

〇丰 |||太 卽黃廣弦也以自之得〇||≡ |||元 ||||||〇 爲黃廣

弦冪也內減天元一冪餘得〇丄||| |||元 ||||||〇 爲股方

差冪也再以勾方差冪股方差冪相乘得〇||||≡

為徑冪寄左然後以天元為冪又以冪自之與左相消得下式開三乘方得二百四十步即城徑也合問

敬齋先生測圓海鏡細草卷第七

元和李銳覆校